

Theorie 3: Vielteilchenphänomene

Sommersemester 2012

Dozent: F. Marquardt

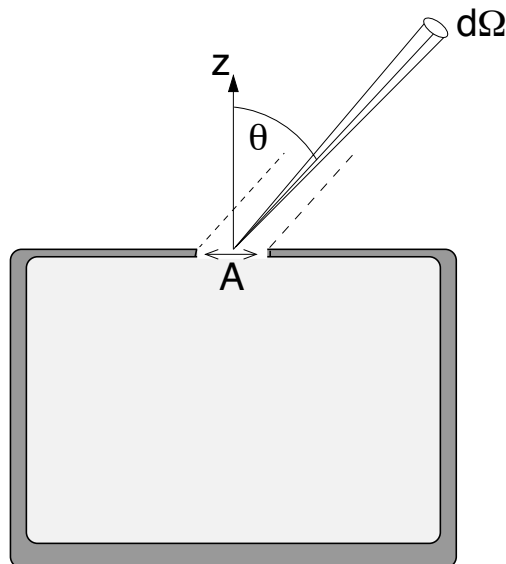
Übungsblatt 4, Abgabe: 15.5. 2012

Präsenzaufgaben

Emission von Wärmestrahlung

In der Vorlesung wird die Energiedichte (Energie/Volumen) $\varepsilon = 4\frac{\sigma}{c}T^4$ des elektromagnetischen Feldes bei der Temperatur T berechnet, wobei σ als Stefan-Boltzmann Konstante bezeichnet wird. Wir wollen nun die Wärmestrahlung bestimmen, die durch eine kleine Öffnung aus einem Ofen ('Hohlraum') abgestrahlt wird, in dessen Innern das elektromagnetische Feld auf dieser Temperatur ist.

Machen Sie sich zunächst klar, dass die abgestrahlte Leistung die Dimension von (dieselbe Einheit wie) Energiedichte·Fläche·Geschwindigkeit hat. Man betrachte nun eine kleine Öffnung der Fläche A , die den Hohlraum mit der Außenwelt verbindet. Machen Sie sich klar: Für die Strahlung in einer Richtung, die nicht senkrecht zur Öffnung steht, ist die Größe A_{eff} der Öffnung effektiv vermindert.



Zu der Wärmestrahlung in ein Raumwinkelement $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ um die durch Winkel (θ, ϕ) definierte Richtung (siehe Skizze) trägt nur ein Teil der gesamten Energiedichte bei. Nämlich der Bruchteil, $d\varepsilon = \varepsilon d\Omega / (4\pi)$, der von den Photonen stammt, die sich in passender Richtung bewegen. Die in das Raumwinkelement $d\Omega$ abgestrahlte Leistung dP ist dann durch $dP = c A_{\text{eff}} d\varepsilon$ gegeben. Finden Sie aus diesen Überlegungen die abgestrahlte Gesamtleistung, indem Sie über das Raumwinkelement integrieren (nutzen Sie die Skizze, um zu erkennen, über welchen Winkelbereich sich die Integration erstreckt).

Hausaufgaben

Zweidimensionaler harmonischer Oszillator

Die Energiezustände eines harmonischen Oszillators in zwei Dimensionen x, y sind durch

$$E(n_x, n_y) = \hbar\omega(n_x + n_y) = \hbar\omega m$$

gegeben, wobei wir die Grundzustandsenergie weggelassen haben.

a) Geben Sie für die möglichen Energien E_m mit $m = 0, 1, 2, \dots$ die Entartung g_m an.

Berechnen Sie die Zustandssumme durch Summation über die Energien E_m .

b) Einfacher kann die Zustandssumme durch Summation über die durch (n_x, n_y) charakterisierten Zustände berechnet werden. Zeigen Sie, dass die Zustandssumme faktorisiert und berechnen Sie sie.

c) Berechnen Sie den Erwartungswert der Energie und skizzieren Sie sie in Abhängigkeit von der Temperatur.